* 1. **符号逻辑** 2021年1月14日09点32分——2021年5月7日15点12分

让我们将**数学[mathematics]**定义为对数和空间的研究.尽管可以在物理世界中找到表示形式,但是数学的主题不是物理的.相反,数学对象是抽象的,例如代数中的方程或几何中的点和线.他们只是在思想中被发现.这些想法有时会导致发现其他在物理世界中没有表现出来的想法,就像在研究各种无穷大时一样,而其他想法则导致创建有形物体,例如桥梁或计算机.

让我们将**逻辑[logic]**定义为对论点的研究.换句话说,逻辑试图将什么算作合法手段进行整理,以便从给定信息中得出结论.逻辑有很多变体,但是它们都可以分为两种类型之一.在**归纳逻辑[inductive logic]**中,如果论点是好的,那么结论很可能来自假设.这是因为归纳逻辑基于证据和观察,因此无法完全确定得出的结论是否确实描述了全部情况.归纳论点的一个示例是:

早晨红色的天空意味着暴风雨来了.

今天早上我们看到红色的天空.

因此,今天将有一场暴风雨.

这是否值得相信,取决于红色天空的预测能力,我们通过过去的观察就知道了这一点.因此,论点是归纳的.另一种类型是**演绎逻辑[deductive logic]**.在这里,这些方法得出的结论是完全确定的,当然,前提是在推理上没有错误.演绎论点的一个示例是:

所有几何学家的都是数学家.

欧几里得是一个几何学家.

因此,欧几里得是数学家.

欧几里得是指《元素》的作者,还是街上的欧几里德先生都没有关系.该论点有效,因为第三句必须在前两个句之后.

**定义1.1.1**

正确或错误的句子称为**命题[proposition]**.

**定义1.1.2**

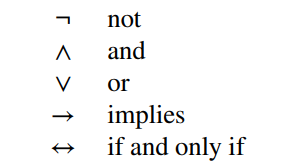
命题形式是命题符号表上的非空字符串,使得

每个命题变量都是命题形式.

是一个命题形式仅当是一个命题形式.

如果和是命题形式,则和也是命题形式.

命题符号的含义

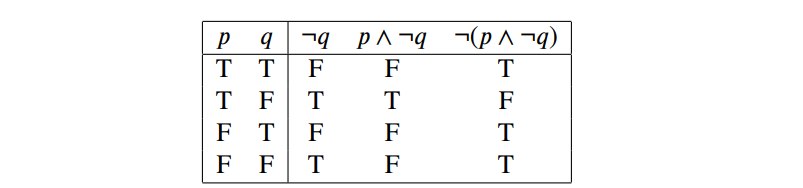


组合命题形式的解释如下:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 非p | negation |
|  | 且 | conjunction |
|  | 或 | disjunction |
|  | 推出 | Implication, conditional propositions |
|  | 当且仅当 | biconditional |

**定义1.1.5** 符号优先级

意味着,因此有下列真值表



意味着,因此具有下列真值表

**定义1.1.9**

令和是命题形式.

**定义1.1.14** 命题形式是**永真式[tautology]**仅当对于每一个评估[valuation]总是T,并且是**矛盾式[contradiction]**仅当对于每一个总是F.一个命题形式既不是永真式也不是矛盾式被称为**可能式[contingency]**.

* 1. 推断 2021年1月19日15点29分

欧几里得的几何形状由通过上述证明建立的几何命题组成.这些证明依赖于逻辑规则,先前证明的命题(引理,定理和推论)以及被认为是正确的命题(假设).使用这种思想体系,我们可以显示出从假设中得出的哪些几何命题,并得出哪些命题是正确的,无论对于几何命题而言,这意味着什么.欧几里得几何作为以下现代定义的模型.

**定义1.2.1** 一个逻辑系统包括:

1. 符号表
2. 语法
3. 不需要证明的命题形式
4. 确定为真的规则
5. 编写证明的规则

请注意,我们不仅看到推论是由于命题的含义而起作用的,而且我们还发现根据句子的形式是有效的.换句话说,我们也认为这种推论是有效的:

语义

对意义的研究称为**语义[semantics]**.我们在编写真值表时就开始了这项研究.因为命题的真值基于其含义,所以它们被描述为语义.我们的目标是使用真值表确定参数形式(例如(1.2))对应于语义有效的推论.我们从定义开始.

**定义1.2.2** 令和是命题形式.

如果是永真式,写作.

如果

则定义**逻辑蕴含[logically imply]**于.

当逻辑蕴含于,写作

且称是的**结果[consequence]**.将命题形式称为蕴涵的**前提[premises]**,且被称为**结论[conclusion]**.

2021年1月26日15点53分

公理1.2.8[Frege–Łukasiewicz]

令和是命题形式

[FL1] ,

[FL2] ,

[FL3] .

定义1.2.9 命题形式**推断[infer]**当且可以在成立时才成立.用以下方式表示(**该定义没有明确给出和命题形式的关系,所以是有问题的,需要阅读更多资料**)

这被称为**推断[inference]**.

推断规则1.2.10 令和是命题形式.

Modus Ponens[MP]:

Modus Tolens[MT]:

Constructive Dilemma[CD]:

Destructive Dilemma [DD]:

Disjunctive Syllogism [DS]:

Hypothetical Syllogism [HS]:

Conjunction [Conj]:

Simplification [Simp]:

Addition [Add]: .

定义1.2.13 命题形式(**前提**)中命题形式(**结论**)的**形式证明**是命题形式的序列,

使得,且对于所有的,是一个公理,

如果,则,或

如果,则.

如果在存在q的形式证明,则q是被证明的或是的推论,则我们写作

如果不存在前提,q的形式证明是一个序列,

使得是一个公理,,并且对于所有的,要么是一个公理,要么

在这种情况下,写作且称为定理.

定理1.2.14 对于所有的命题形式和,当且仅当.

* 1. 置换 2021年1月26日19点42分

定于1.3.1 令是两个命题形式,如果,则称它们是**逻辑等价[logically equivalent]**.

定理1.3.2 所有重言式都是逻辑等价的,所有矛盾式都是逻辑等价的.

定义1.3.6 给定蕴涵的**逆[converse]**是通过交换蕴涵的前提和结果而形成的条件命题(图1.2).

定义1.3.7 给定蕴涵的对立[contrapositive]是通过交换蕴涵的前提和结果,然后用其否定替换它们所形成的条件命题(图1.3).

置换规则 1.3.9 令和是命题形式.

Associative Laws [Assoc]

,

.

Commutative Laws [Com]

,

.

Distributive Laws [Distr]

,

.

Contrapositive Law [Contra]

,

Double Negation [DN]

.

De Morgan’s Laws [DeM]

,

.

Idempotency [Idem]

,

.

Material Equivalence [Equiv]

,

.

Material Implication [Impl]

.

Exportation [Exp]

.

推断规则1.3.10 对于所有的命题形式和,如果是从使用置换规则获得的,则且.

* 1. 证明方法 2021年2月2日10点51分

定义1.4.1 令p和q是命题形式.符号

意思是存在一个仅用公理1.2.8, MP,和推断规则1.3.10,从p到q的形式证明,并且符号

意味着存在一个从公理1.2.8仅用MP和推断规则1.3.10到q的形式证明.

定理1.4.2 对于所有的命题形式p和q,当且仅当.

引理1.4.3 令p和q是命题形式.如果,则.

定理1.4.4[演绎] 对于所有的命题形式p和q,当且仅当.(**该定理的证明过程需要看懂**)

推论1.4.5 对于所有的命题形式 当且仅当.

推断规则1.4.6[Direct Proof(DP)] 对于所有的命题形式,

如果,则.

推断规则1.4.10[Indirect Proof(IP)] 对于所有的命题形式p和q,

* 1. 三大属性 2021年2月2日14点38分

定义1.5.1 (1)令是命题形式,对于每一个命题形式q,如果

则称是是**连贯的[consistent]**,写作.否则是**不连贯的[inconsistent]**.

(2)如果逻辑系统中不存在矛盾,则它是连贯的.

定理1.5.2 如果是命题形式,则下列命题再命题逻辑中是等价的.

.

每一个有限子序列都是连贯的.

存在一个命题形式使得.

定理1.5.4 命题形式的一致序列是命题形式的最大一致序列的子序列.(**证明过程需看懂**)

定义1.5.5

如果每个定理都是真言式,那么逻辑就是**合理的[sound]**.

如果每个真言式都是一个定理,则逻辑是**完整的**.

引理1.5.6 公理1.2.8的命题形式是重言式.

引理1.5.7 令p,q,和r是命题形式(**没看懂证明过程与命题的关系**)

如果,则是重言式.

如果,则是重言式.

引理1.5.8 如果和p是重言式,则q是重言式.

定理1.5.9 命题逻辑的每一个定理都是重言式.

推论1.5.10 对于所有的命题形式 如果,则.

推论1.5.11 命题逻辑是连贯的.

引理1.5.12 如果是不成立的,则.(**证明过程需要看懂**)

引理1.5.13 如果是极大连贯的,则对于每一个命题形式q,要么,要么,其中是某个值.

引理1.5.14 如果成立,则存在一个估计使得(证明过程需要看懂)

当且仅当

对于某些

定理1.5.15 命题逻辑的每一个重言式都是一个定理.(没看懂证明过程与该定理的关系)

推论1.5.16 如果,则对所有的命题形式都成立.